Prof. Dr. Alfred Toth

Komplexe semiotische Graphen

1. In Toth (2008a) wurde gezeigt, dass jede Zeichenklasse der Form (a.b c.d e.f) 6 Transpositionen der Formen

besitzt, die natürlich jeweils dualisiert werden können:

Nun wurde bereits in Toth (2001) gezeigt, dass man Zeichenklassen als Funktionen in ein kartesisches Koordinatensystem eintragen und mittels linearer Transformationen von Quadrant zu Quadrant bewegen kann (vgl. Toth 2002). Wenn wir I, II, III, IV für die Quadranten schreiben, dann nimmt eine Zeichenklasse der Form (a.b c.d e.f) also folgende Formen an:

```
I: (a.b c.d e.f)
II: (-a.b -c.d -e.f)
III: (-a.-b -c.-d -e.-f)
IV: (a.-b c.-d e.-f)
```

Bemerkenswert ist nun, dass bei der Dualisation Zeichenklassen der Quadranten II und IV zu Realitätsthematiken der Quadranten IV und II werden:

II:
$$(-a.b - c.d - e.f) \times (f.-e d.-c b.-a)$$
 : IV
IV: $(a.-b c.-d e.-f) \times (-f.e - d.c - b.a)$: II

Dualisiert man die Realitäthematiken jedoch ein zweites Mal, so kehren die so erhaltenen zweiten Zeichenklassen wieder in ihre ursprünglichen Quadranten zurück:

$$\begin{array}{ll} (-a.b - c.d - e.f) \times (f.-e \ d.-c \ b.-a) \times (-a.b - c.d - e.f) & II \rightarrow IV \rightarrow II \\ (a.-b \ c.-d \ e.-f) \times (-f.e - d.c - b.a) \times (a.-b \ c.-d \ e.-f) & IV \rightarrow II \rightarrow IV \end{array}$$

Da man Zeichenklassen als Vektorräume definieren kann (vgl. Toth 2007, S. 48 ff.), liegen also die Dualräume von Zeichenklassen des II. und IV. Quadranten im jeweils anderen Quadranten, und der Bidual ist identisch mit den ursprünglichen Vektorräumen vor den linearen Transformationen.

2. Wir erhalten damit für jede der 10 Zeichenklassen 6 Transpositionen und ihre zugehörigen 6 Dualisationen in allen vier Quadranten des kartesischen Koordinatensystems. Das ergibt also 24 Zeichenklassen und 24 Realitätsthematiken gemäss den obigen abstrakten

1

Schemata. Konkret sehen diese 48 Dualsysteme anhand der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) wie folgt aus:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3)$

$$(-3.-1 -2.-1 -1.-3) \times (-3.-1 -1.-2 -1.-3)$$

$$(-3.1 - 2.1 - 1.3) \times (3.-1 \ 1.-2 \ 1.-3) \times (-3.1 - 2.1 - 1.3)$$

$$(3.-1\ 2.-1\ 1.-3) \times (-3.1\ -1.2\ -1.3) \times (3.-1\ 2.-1\ 1.-3)$$

$(3.1 \ 1.3 \ 2.1) \times (1.2 \ 3.1 \ 1.3)$

$$(-3.-1 -1.-3 -2.-1) \times (-1.-2 -3.-1 -1.-3)$$

$$(-3.1 -1.3 -2.1) \times (1.-2 3.-1 1.-3)$$

$$(3.-1\ 1.-3\ 2.-1) \times (-1.2\ -3.1\ -1.3)$$

$(2.1\ 3.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.3\ 1.2)$

$$(-2.-1 -3.-1 -1.-3) \times (-3.-1 -1.-3 -1.-2)$$

$$(-2.1 -3.1 -1.3) \times (3.-1 1.-3 1.-2)$$

$$(2.-1\ 3.-1\ 1.-3) \times (-3.1\ -1.3\ -1.2)$$

$(2.1 \ 1.3 \ 3.1) \times (1.3 \ 3.1 \ 1.2)$

$$(-2.-1 -1.-3 -3.-1) \times (-1.-3 -3.-1 -1.-2)$$

$$(-2.1 - 1.3 - 3.1) \times (1.-3 3.-1 1.-2)$$

$$(2.-1\ 1.-3\ 3.-1) \times (-1.3\ -3.1\ -1.2)$$

$(1.3 \ 3.1 \ 2.1) \times (1.2 \ 1.3 \ 3.1)$

$$(-1.-3 -3.-1 -2.-1) \times (-1.-2 -1.-3 -3.-1)$$

$$(-1.3 -3.1 -2.1) \times (1.-2 1.-3 3.-1)$$

$$(1.-3\ 3.-1\ 2.-1) \times (-1.2\ -1.3\ -3.1)$$

$(1.3 \ 2.1 \ 3.1) \times (1.3 \ 1.2 \ 3.1)$

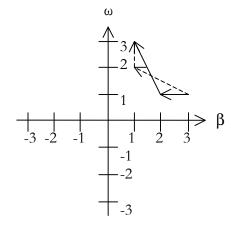
$$(-1.-3 -2.-1 -3.-1) \times (-1.-3 -1.-2 -3.-1)$$

$$(-1.3 - 2.1 - 3.1) \times (1.-3 1.-2 3.-1)$$

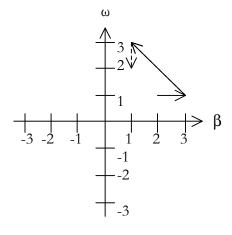
$$(1.-3\ 2.-1\ 3.-1) \times (-1.3\ -1.2\ -3.1)$$

3. Neben der numerischen Notation der 48 Dualsysteme können wir in der Nachfolge von Bense (1971, S. 33 ff.) die 48 Varianten der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) als semiotische Graphen darstellen, wobei wir die Zeichenklassen ausgezogen und ihre zugehörigen Dualisationen (Realitätsthematiken) gestrichelt darstellen:

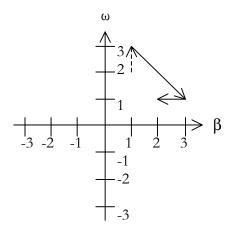
$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3)$



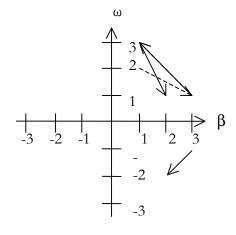
 $(2.1 \ 3.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.3 \ 1.2)$



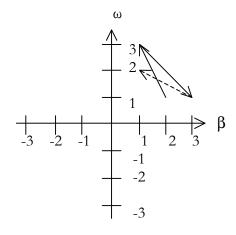
 $(1.3 \ 3.1 \ 2.1) \times (1.2 \ 1.3 \ 3.1)$



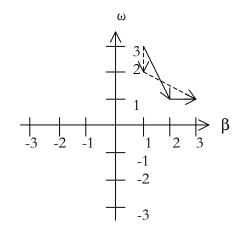
$(3.1 \ 1.3 \ 2.1) \times (1.2 \ 3.1 \ 1.3)$



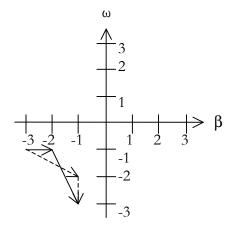
 $(2.1\ 1.3\ 3.1) \times (1.3\ 3.1\ 1.2)$



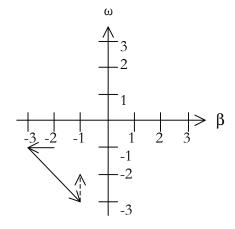
 $(1.3\ 2.1\ 3.1) \times (1.3\ 1.2\ 3.1)$



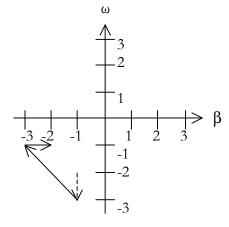
$$(-3.-1 -2.-1 -1.-3) \times (-3.-1 -1.-2 -1.-3)$$



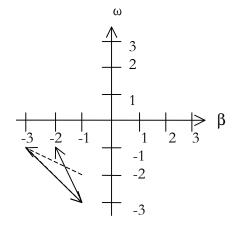
$$(-2.-1 -3.-1 -1.-3) \times (-3.-1 -1.-3 -1.-2)$$



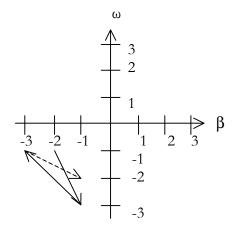
 $(-1.-3 -3.-1 -2.-1) \times (-1.-2 -1.-3 -3.-1)$



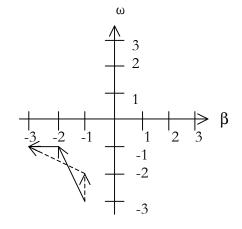
$$(-3.-1 -1.-3 -2.-1) \times (-1.-2 -3.-1 -1.-3)$$



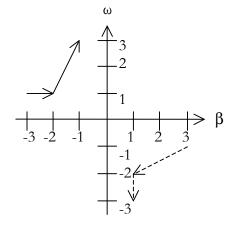
$$(-2.-1 -1.-3 -3.-1) \times (-1.-3 -3.-1 -1.-2)$$



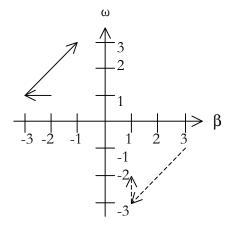
$$(-1.-3 -2.-1 -3.-1) \times (-1.-3 -1.-2 -3.-1)$$



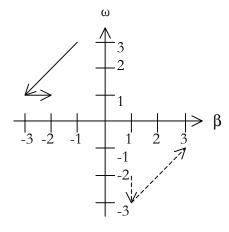
$$(-3.1 - 2.1 - 1.3) \times (3.-1 \ 1.-2 \ 1.-3)$$



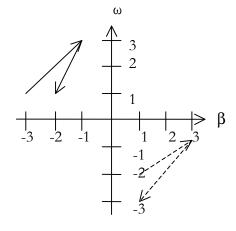
$$(-2.1 -3.1 -1.3) \times (3.-1 \ 1.-3 \ 1.-2)$$



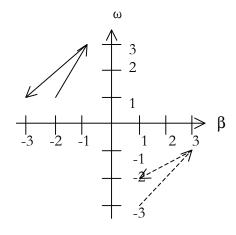
 $(-1.3 -3.1 -2.1) \times (1.-2 \ 1.-3 \ 3.-1)$



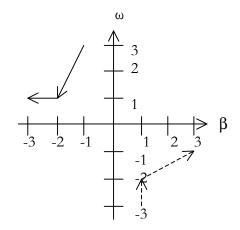
$$(-3.1 - 1.3 - 2.1) \times (1.-2 \ 3.-1 \ 1.-3)$$



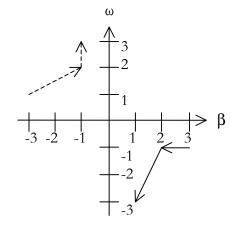
$$(-2.1 \ -1.3 \ -3.1) \times (1.-3 \ 3.-1 \ 1.-2)$$



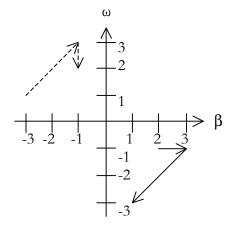
 $(-1.3 - 2.1 - 3.1) \times (1.-3 \ 1.-2 \ 3.-1)$



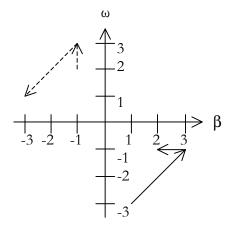
$$(3.-1\ 2.-1\ 1.-3) \times (-3.1\ -1.2\ -1.3)$$



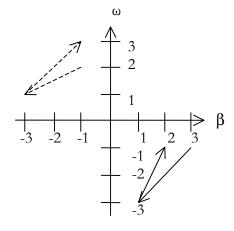
 $(2.-1\ 3.-1\ 1.-3) \times (-3.1\ -1.3\ -1.2)$



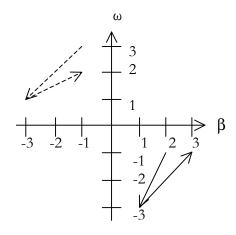
 $(1.-3 \ 3.-1 \ 2.-1) \times (-1.2 \ -1.3 \ -3.1)$



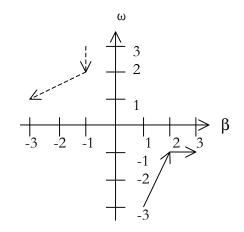
$(3.-1\ 1.-3\ 2.-1) \times (-1.2\ -3.1\ -1.3)$



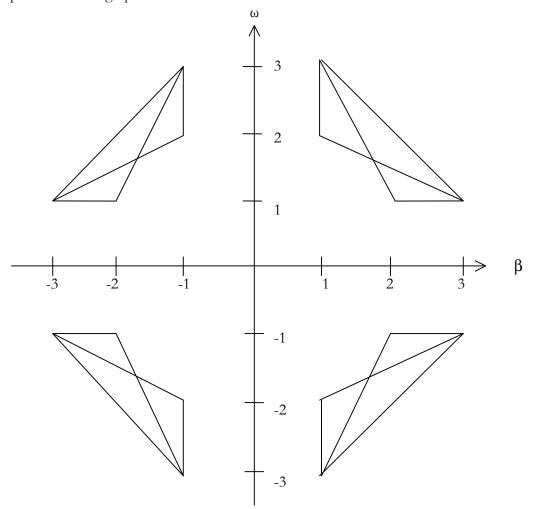
 $(2.-1\ 1.-3\ 3.-1) \times (-1.3\ -3.1\ -1.2)$



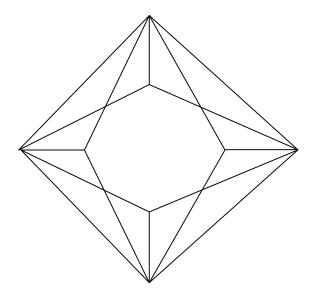
$$(1.-3\ 2.-1\ 3.-1) \times (-1.3\ -1.2\ -3.1)$$



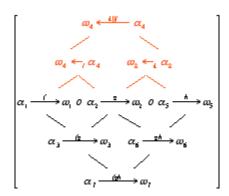
4. Kombiniert man alle 48 Graphen, so erhält man folgenden unzusammenhängenden Graphen mit 4 Teilgraphen:



Lässt man die 4 Teilgraphen zusammenrücken, so dass ein zusammenhängender Graph entsteht, so erhalten wir einen streng regulären Graphen mit 8 Ecken und 14 Kanten, wobei von den äusseren Ecken 4 Kanten und von den inneren 4 Ecken 3 Kanten weggehen:



Wir erhalten hiermit also eine besondere Art eines Diamant-Graphen, bei dem die innere quere Kante fehlt. Es handelt sich hier allerdings um das exakte semiotischgraphentheoretische Modell von Kaehrs polykontexturalem Diamantenmodell (Kaehr 2008):



Wir können zusammenfassen: In Toth (2008b, S. 36 ff.) wurde nachgewiesen, dass der mittlere Teil des kategorietheoretischen Diamanten dreidimensional gesehen einem Torus entspricht. In Toth (2008c) wurde gezeigt, dass der untere Teil des kategorietheoretischen Diamanten der morphismischen Komposition der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und der obere Teil der heteromorphismischen Komposition der transponierten eigenrealen Zeichenklasse (1.3 2.2 3.1) entspricht. Diese Folgerungen wurden allerdings völlig unabhängig von den komplexen Zeichenklassen und ihren Graphen gewonnen, womit sie durch die vorliegende Untersuchung also erstaunlicherweise bestätigt werden. Da der Torus semiotisch der Genuinen Kategorienklasse äquivalent ist, ist also das Gerüst des semiotischen Diamanten aus den Zeichenklassen (3.1 2.2 1.3), (3.3 2.2 1.1) und (1.3 2.2 3.1) komponiert. Wie der semiotische Diamantgraph aber zeigt, kann er selbst auf einen Torus aufgespannt werden!

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, Rudy's Diamond Strategies. http://www.rudys-diamond-strategies.blogspot.com

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. 2001, Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, S. 117-134 (= Applied Semiotics, vol. 18)

Toth, Alfred, Lineare Transformationen in einer komplexen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 42-3, 2002, S. 103-112

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Eigenrealität und Symmetrie. 2008a (= Kap. 27)

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Der semiotische Homöomorphismus zwischen Torus und Möbius-Band. 2008c (= Kap. 26)

©2008, Prof. Dr. Alfred Toth